La Grande muraille d'Egypte

Une histoire de maçons et de parallélisme...

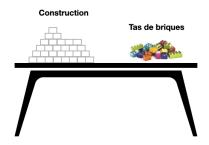
Public

Cette activité est recommandée pour des élèves de collège et lycée mais peut être adaptée pour des élèves en école primaire.

Matériel

Pour cette activité, vous aurez besoin de cubes en bois ou des legos ou des carrés de sucre de deux couleurs différentes qui formeront un tas de briques. Les briques seront positionnées sur la même table que la construction d'une façade de la Pyramide pour les niveaux collège et lycée et au font de la salle pour le niveau primaire.

Mise en place de la salle:



Vous avez également à votre disposition des fiches joueurs et plusieurs cartes (construction, reflexion et le Savez-vous...?).

Contexte

Remontons le temps jusqu'en l'an -51 lorsque la reine Cléopâtre règne sur l'Egypte. Afin de restaurer la grandeur de l'Egypte face à l'empire romain, Cléopâtre ordonne la construction d'une muraille autour de son palais. Comme elle habite en Egypte, elle veut sa muraille en forme de triangles pour rappeler les pyramides. Pour réaliser cette tâche, elle fait appel à Numérobis, son meilleur maçon. Elle lui demande d'utiliser des briques colorées qui ont la particularité d'être jolies mais très lourdes. N'ayant pas de couleur préférée, elle laisse Numérobis libre sur le choix des deux couleurs. La seule contrainte imposée par Cléopâtre est de réaliser la muraille le plus rapidement possible.

Devant l'ampleur de la tâche, Numérobis demande à son ami Numeroter de l'aider. A deux, ils pourront travailler en parallèle et avancer plus vite. Cléopâtre charge Pénaltix, son maitre des pénalités, de vérifier l'évolution de la construction.

Principe (mode 3 joueurs)

Se joue à trois: 2 maçons et 1 maitre des pénalités.

Le but de l'activité est de construire le début de la muraille le plus efficacement possible. Celle-ci aura 6 briques pour la base. Les constructions se feront avec deux couleurs qui montrent la répartition du travail entre Numérobis et Numéroter.

Le rôle des maçons

Les maçons ont comme mission de construire le début de la muraille (représentant 1 triangle). Ils devront reproduire à l'identique le motif qui se trouve sur la carte piochée ou en trouver un.

Règles d'or d'un bon macon

- Lorsqu'un maçon choisit une couleur au début de la construction, il ne travaille ensuite qu'avec des briques de cette couleur
- Un maçon doit poser au moins une brique
- Un maçon peut poser une brique (en bleu sur les schémas) si : la brique est la plus à gauche de son étage (1,3) ou la brique est sur l'étage du bas et la brique à sa gauche est posée (2) ou la brique à sa gauche et les deux briques en-dessous d'elle sont déjà posées (4).



Le rôle du maitre des pénalités

Penaltix est responsable de l'évaluation de la construction. Pour cela, Pénaltix posera un jeton à chaque pénalité. Une brique aura une pénalité si elle est de la même couleur que la brique qui vient d'être posée. Selon le motif choisi pour la construction, un maçon pourra être amené à attendre pour poser sa brique.

Les cartes

Il y a 3 types de cartes: carte reflexion, carte construction et carte le saviez-vous?

- (R) Carte reflexion: Ces cartes cachent des mathématiques! Il faut retrouver des formules ou réfléchir à un problème.
- (C) Carte construction: Ces cartes demandent aux élèves de construire un motif. Des fiches du maçon Plan de construction sont à disposition des élèves pour dessiner des motifs.
- (S) Carte Savez-vous...? Ces cartes ont pour but d'informer les élèves sur différents sujets liés au calcul haute performance.

Comment jouer

Faites un tas avec les cartes faces cachées. Jouez en piochant les cartes une à une, jusqu'à ce que le tas soit vide et écrivez les réponses aux questions sur la fiche réponse. Le but est d'avoir le moins de pénalités possibles lors des constructions.

Réponses aux cartes:

(1) Carte reflexion: Pouvez-vous dire combien il y a de briques sans les compter? Aide: considérez dans un premier temps une façade de base 2 puis 3 puis 4,...

Faire remarquer que base=hauteur. On note B(n) le nombre de briques pour une base n. On a B(3) = 1 + 2 + 3 = 6. B(4) = 1 + 2 + 3 + 4 = B(3) + 4 = 10. B(5) = B(4) + 5 = 15. $B(8) = 1 + 2 + 3 + \dots + 8 = \sum_{i=1}^{8} i = \frac{8 \times (8+1)}{2} = 36$ car on a $B(n) = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n \times (n+1)}{2} = B(n-1) + n$.

Démonstration par récurrence à faire faire aux lycéens.

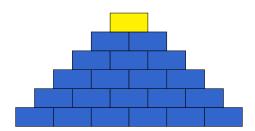
Astuce pour retrouver la formule: par ex avec B(4), écrire 1+2+3+4 puis 4+3+2+1 en dessous. On a alors $4 \times 5 (= 4+1)$ à quoi on doit diviser par 2 pour avoir le résultat voulu.

(2) Carte construction: La construction de la muraille est comme un programme à exécuter. Si Numérobis construit tout seul le premier triangle, son temps de construction sera notre temps de base. Le fait de faire appel à Numéroter va nous permettre de construire le triangle en moins de temps que le temps de base. La différence de temps nous donne le gain apporté par le fait d'avoir 2 maçons. Mesurer le temps des constructions n'est pas évidente à cause d'éléments extérieurs (papotage,...). Du coup, pour évaluer la construction, Pénaltix a posé des jetons pénalité. Demander aux élèves la pénalité obtenue pour le motif proposé. Selon les groupes, la pénalité peut être différente. Le chiffre dépend de la façon dont les maçons se sont organisés (Numérobis peut faire en sorte de poser le plus de briques possibles pour que Numéroter puisse poser sa première brique le plus vite possible).

(3) Carte reflexion: Combien y a-t-il de motifs possibles avec une façade de base n? Vous n'avez pas de contrainte sur le nombre de briques par maçon.

2^N avec N=nombre de briques. Pour chaque brique, on a deux choix possibles: blanc ou bleu.

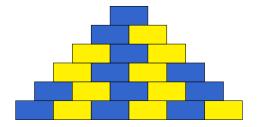
(4) Carte construction: Motif avec une pénalité la plus grande possible, sans contrainte sur le nombre de briques par maçon. C'est l'exemple d'un travail très mal réparti entre des processus.



(5) Carte Savez-vous ... ?: Le parallélisme désigne le fait, pour un système, d'être capable d'effectuer plusieurs unités de calcul simultanément pour accélérer l'exécution d'une application.

(6) Carte construction: Motif avec une pénalité la plus petite possible, avec un nombre égal de briques par maçon (à une près)

3



(7) Carte Savez-vous ... ?: L'expression "bug informatique" a été utilisée pour la première fois en 1947 par Grace Hopper, informaticienne, mathématicienne et officier supérieure de la marine américaine. Après avoir découvert une mite grillée entre les flancs de la machine Mark II, l'équipe de Grace Hopper a décidé de scotcher l'insecte dans le journal de bord de l'ordinateur avec la mention manuscrite "first actual case of bug being found" ("le tout premier vrai bug").

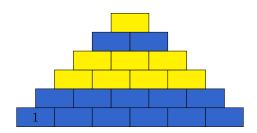
Remerciements

Un grand merci à Laurence Chevillot, Pascal Lafourcade, le service communication du centre Inria de Bordeaux (Suzane Fleury, Aude Lannes et Marie Medeville) et Marie Duflot-Kremer pour leur aide ainsi qu'à François Pellegrini¹ qui m'a donné l'idée de construire une muraille en Egypte!

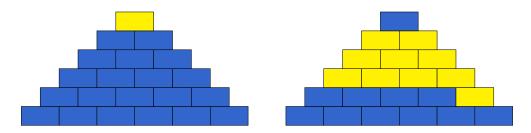
 $^{^{1} \}mathtt{ftp://ftp-developpez.com/pellegrini/parallelisme/calculateur/calculateurs-paralleles.pdf}$

PLAN DE CONSTRUCTION POUR LES MAÇONS

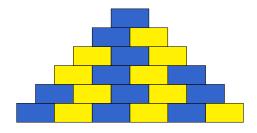
(Base 6)



Dessin du pire motif sans contrainte sur le nombre de briques (à gauche) et avec contrainte sur le nombre de briques (à droite):



Dessin du meilleur motif (avec et sans contrainte sur le nombre de briques):



Autres motifs