

La Grande muraille d’Egypte

Une histoire de maçons et de parallélisme...

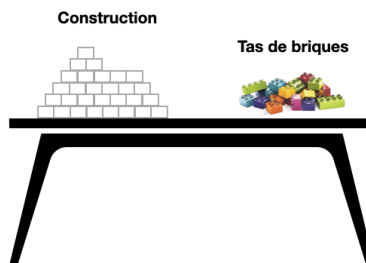
Public

Cette activité est recommandée pour des élèves de collège et lycée mais peut être adaptée pour des élèves en école primaire.

Matériel

Pour cette activité, vous aurez besoin de cubes en bois ou des legos ou des carrés de sucre de deux couleurs différentes qui formeront un *tas de briques*. Les briques seront positionnées sur la même table que la construction d’une façade de la Pyramide pour les niveaux collège et lycée et au font de la salle pour le niveau primaire.

Mise en place de la salle (niveau collège et lycée) :



Vous avez également à votre disposition des fiches joueurs et plusieurs cartes (construction, réflexion, le saviez-vous ? et quizz).

Contexte (ou un peu d’histoire)

Remontons le temps jusqu’en l’an -51 lorsque la reine Cléopâtre règne sur l’Egypte. Afin de restaurer la grandeur de l’Egypte face à l’empire romain, Cléopâtre ordonne la construction d’une muraille autour de son palais. Comme elle habite en Egypte, elle veut sa muraille en forme de triangles pour rappeler les pyramides. Pour réaliser cette tâche, elle fait appel à Numérobis, son meilleur maçon. Elle lui demande d’utiliser des briques colorées qui ont la particularité d’être jolies mais très lourdes. N’ayant pas de couleur préférée, elle laisse Numérobis libre sur le choix des deux couleurs. La seule contrainte imposée par Cléopâtre est de réaliser la muraille le plus rapidement possible.

Devant l'ampleur de la tâche, Numérobis demande à son ami Numeroter de l'aider. A deux, ils pourront travailler en parallèle et avancer plus vite. Cléopâtre charge Pénaltix, son maître des pénalités, de vérifier l'évolution de la construction.

Principe (mode 3 joueurs)

Se joue à trois : 2 maçons et 1 maître des pénalités.

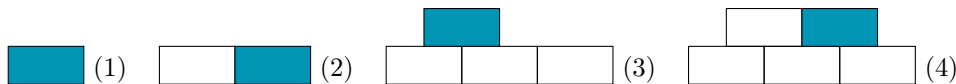
Le but de l'activité est de construire le début de la muraille le plus efficacement possible. Celle-ci aura 4 briques pour le mode facile et 8 briques pour le mode normal pour la base, comme présenté sur le plan de construction. Les deux couleurs montrent la répartition du travail entre Numérobis et Numeroter. Chacun doit avoir le même nombre de briques à poser (à une brique près) et respecter les règles d'or d'un bon maçon. On suppose de plus que Numérobis pose la première brique de la muraille (brique avec le numéro 1 sur le plan de construction).

Le rôle des maçons

Les maçons ont comme mission de construire le début de la muraille (représentant 1 triangle). Ils reproduisent à l'identique le motif qui se trouve sur le plan de construction.

Règles d'or d'un bon maçon

- Lorsqu'un maçon choisit une couleur au début de la construction, il ne travaille ensuite qu'avec des briques de cette couleur
- Un maçon qui arrive devant un tas de briques occupé par un autre maçon attend son tour pour se servir (niveau primaire)
- Un maçon doit poser au moins une brique
- Un maçon peut poser une brique (en bleu sur les schémas) si : la brique est la plus à gauche de son étage (1,3) ou la brique est sur l'étage du bas et la brique à sa gauche est posée (2) ou la brique à sa gauche et les deux briques en-dessous d'elle sont déjà posées (4).



Le rôle du maître des pénalités

Penaltix est responsable de l'évaluation de la construction. Pour cela, il tiendra un compteur à jour. Au départ, le compteur sera égal à 0. Il sera incrémenté de 1 si on pose une brique de la même couleur qui vient d'être posée, de 0 sinon.

Les cartes

Il y a 4 types de cartes : carte réflexion, carte construction, carte le saviez-vous ? et carte quizz.

(R) Carte réflexion : Pouvez-vous dire combien il y a de briques sans les compter ? Aide : considérez dans un premier temps une façade de base 2 puis 3 puis 4,...

Pour l'animateur : faire remarquer que base=hauteur. On note $B(n)$ le nombre de briques pour une base n . On a $B(3) = 1 + 2 + 3 = 6$. $B(4) = 1 + 2 + 3 + 4 = B(3) + 4 = 10$. $B(5) = B(4) + 5 = 15$.

$$B(8) = 1 + 2 + 3 + \dots + 8 = \sum_{i=1}^8 i = \frac{8 \times (8+1)}{2} = 36 \text{ car on a } B(n) = \sum_{i=1}^n i = \frac{n \times (n+1)}{2} = B(n-1) + n.$$

Démonstration par récurrence à faire faire aux lycéens.

Astuce pour retrouver la formule : par ex avec $B(4)$, écrire $1 + 2 + 3 + 4$ puis $4 + 3 + 2 + 1$ en dessous. On a alors $4 \times 5 (= 4 + 1)$ à quoi on doit diviser par 2 pour avoir le résultat voulu.

(R) Carte reflexion : Combien y a-t-il de motifs possibles avec une façade de base n ? Vous n'avez pas de contrainte sur le nombre de briques par maçon.

Pour l'animateur : 2^n . Pour chaque brique, on a deux choix possibles : blanc ou bleu.

(R) Carte reflexion : Combien y a-t-il de motifs possibles avec une façade de base n ? Vous devez avoir un nombre égal de briques (à une près) par maçon.

Pour l'animateur : Cnk

(C) Carte construction : 3..2..1.. GO! Ces cartes demandent aux élèves de construire un motif. Les fiches PLAN DE CONSTRUCTION sont à disposition des élèves pour faire les dessins demandés.

(S) Carte Le saviez-vous ? Ces cartes ont pour but d'informer les élèves sur différents sujets liés au calcul haute performance.

(Q) Carte Quiz Les cartes quizz contiennent une question à poser à une équipe adverse ou à son équipe. La question permet de réfléchir à la construction.

Règles du jeu

Mélanger les cartes et faire un tas faces cachées. Jouez en piochant les cartes une à une, jusqu'à ce que le tas soit vide.

Mode multi-joueurs

A venir

Extensions possibles de l'activité / Questions

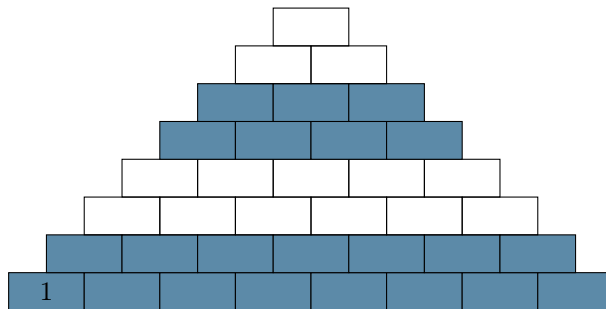
1. Est-ce que les motifs sont généralisables? Et si on avait une base avec n briques?
2. Que se passe-t-il si on a 3 couleurs? 4 couleurs? Généralisation à n couleurs.
3. On pourrait utiliser des briques de tailles/formes différentes. Comment répartir efficacement le travail entre les maçons peut se révéler plus compliqué.
4. Numérobis prend de la potion magique pour travailler deux fois plus vite. Il devient tellement fort qu'il peut maintenant transporter 2 briques à la fois. Lien avec GPUs.
5. Comment vérifier que la façade est bien faite? (notions de vérification?)

Remerciements

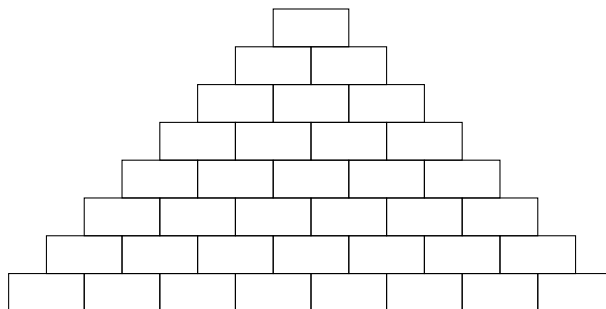
Un grand merci à Laurence Chevillot, Pascal Lafourcade et Marie Duflot-Kremer pour leur aide ainsi qu'à François Pellegrini¹ qui m'a donné l'idée de construire une pyramide !

1. <ftp://ftp-developpez.com/pellegrini/parallelisme/calculateur/calculateurs-paralleles.pdf>

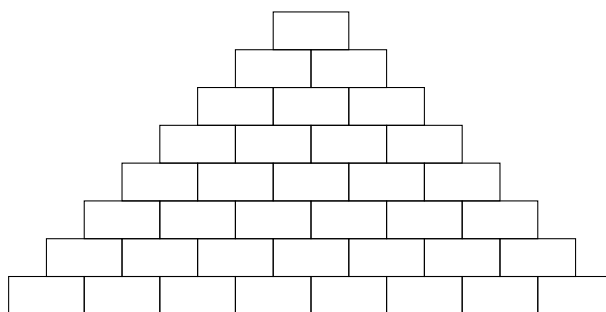
PLAN DE CONSTRUCTION POUR LES MAÇONS (Base 8)



Dessin du pire motif :

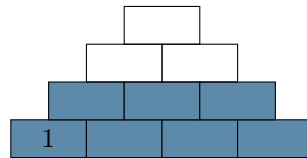


Dessin du meilleur motif :

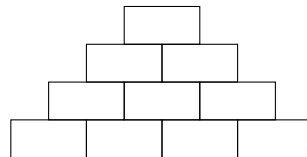


Prédictions :

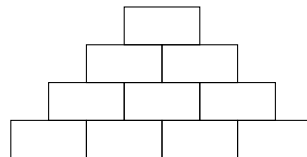
PLAN DE CONSTRUCTION POUR LES MAÇONS (Base 4)



Dessin du pire motif :



Dessin du meilleur motif :

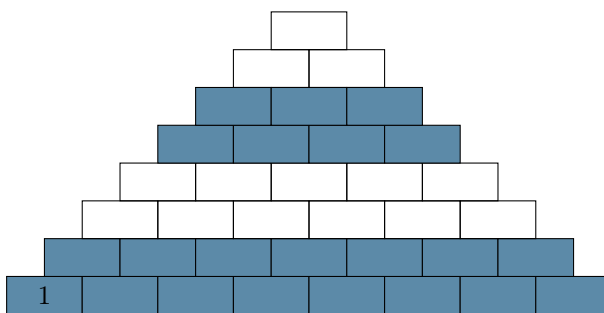


Prédictions :

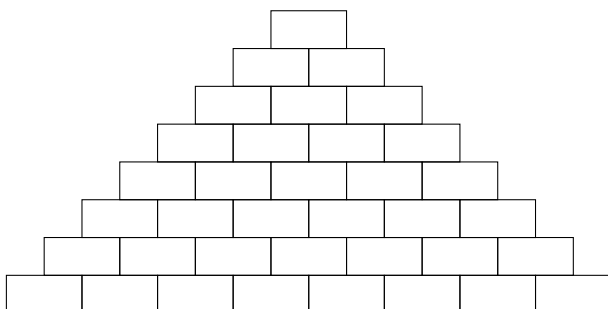
FICHE D'ÉVALUATION POUR LE MAÎTRE DES PENALITÉS (Base 8)

Motif	Compteur
Base	
Pire	
Meilleur	

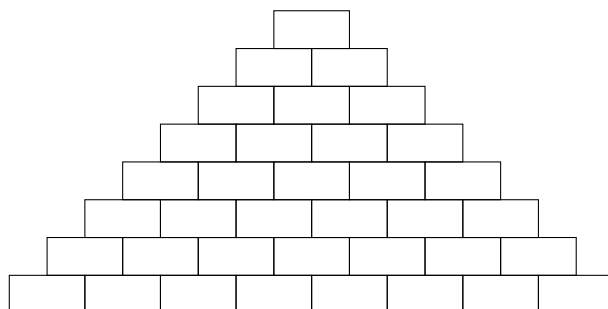
Noter, avec une croix, les briques qu'un maçon pose pendant qu'un autre maçon attend pour poser la sienne :



Pire motif :



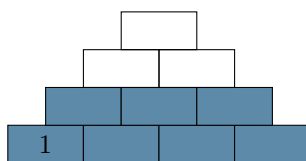
Meilleur motif :



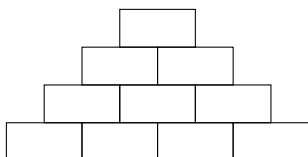
FICHE D'ÉVALUATION POUR LE MAÎTRE DES PENALITÉS (Base 4)

Motif	Compteur
Base	
Pire	
Meilleur	

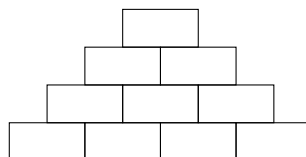
Noter, avec une croix, les briques qu'un maçon pose pendant qu'un autre maçon attend pour poser la sienne :



Pire motif :

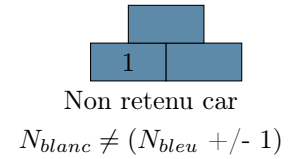
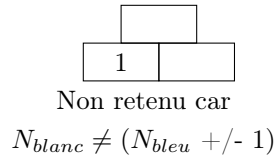
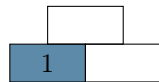
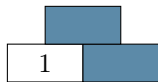
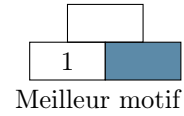
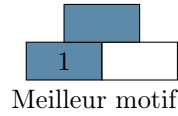
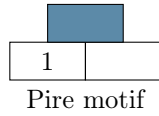
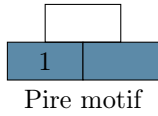


Meilleur motif :

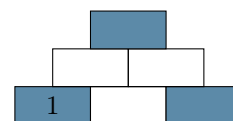
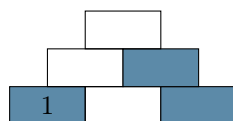
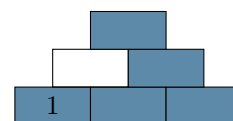
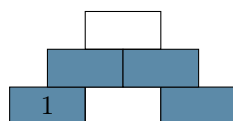
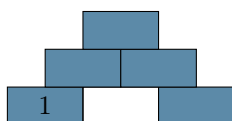
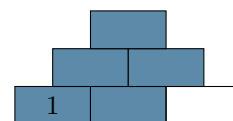
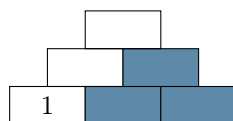
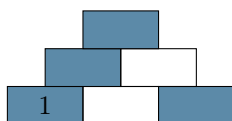
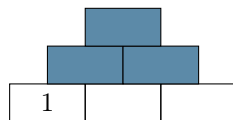
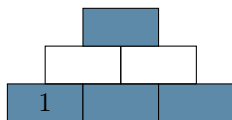


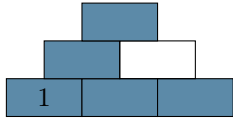
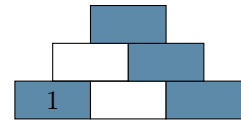
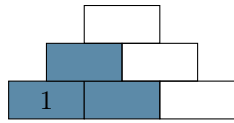
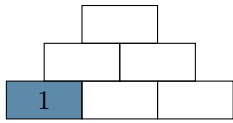
ANNEXE

MOTIFS POSSIBLES (base 2, 2 couleurs) POUR L'ANIMATEUR

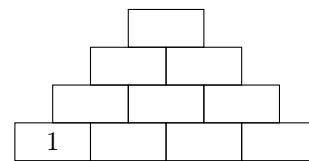
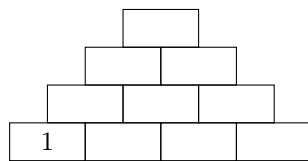
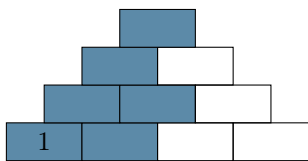
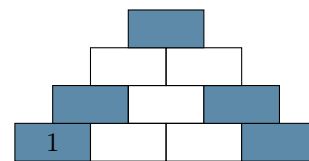
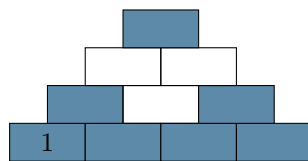
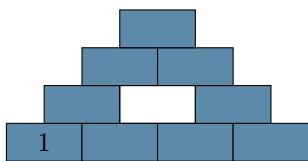
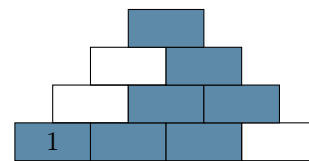
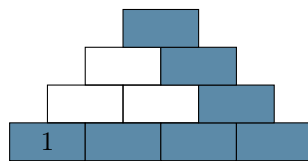
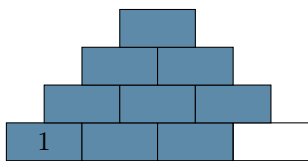
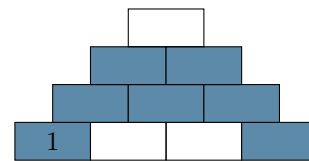
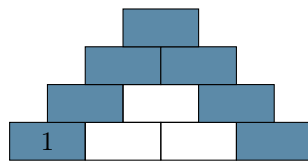
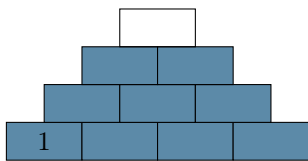
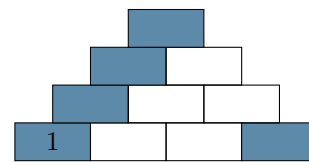
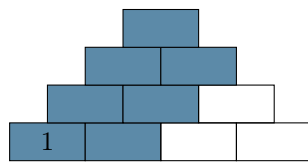
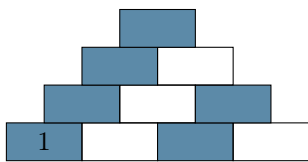
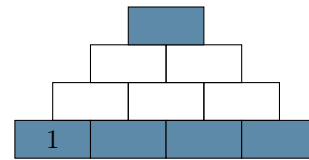
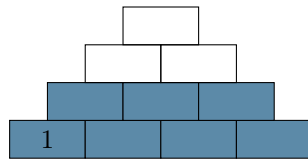
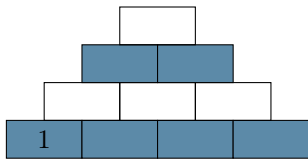


MOTIFS POSSIBLES (base 3, 2 couleurs) POUR L'ANIMATEUR



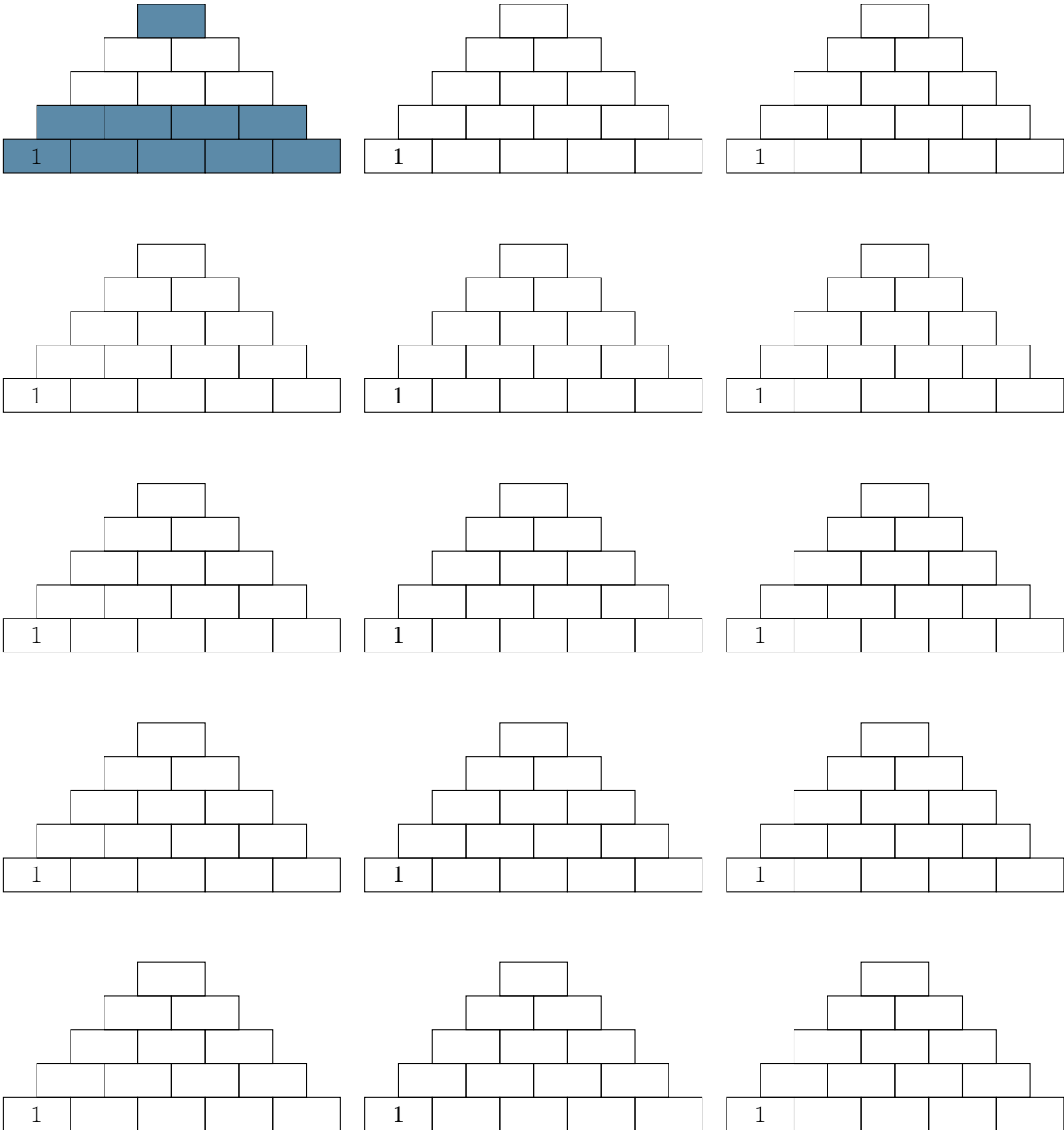


QUELQUES MOTIFS POSSIBLES (base 4, 2 couleurs) POUR L'ANIMATEUR



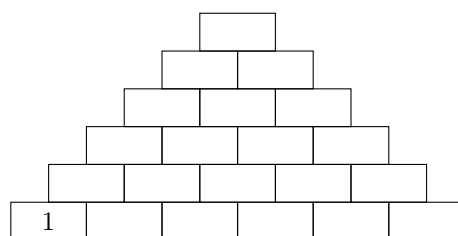
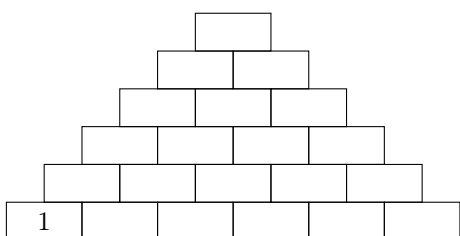
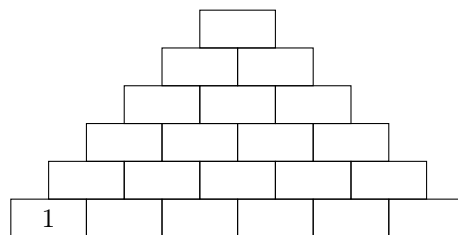
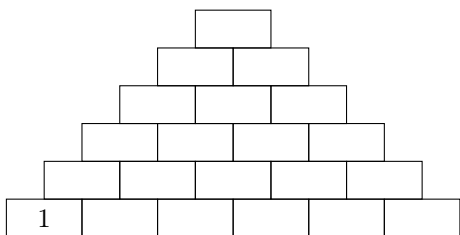
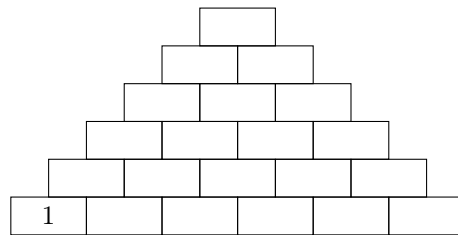
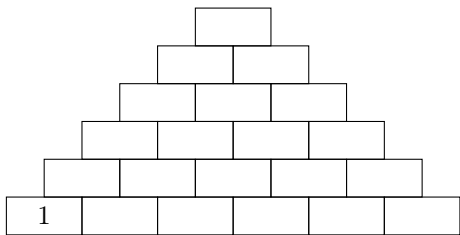
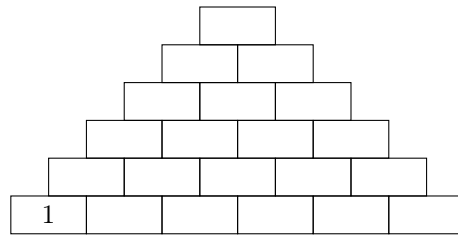
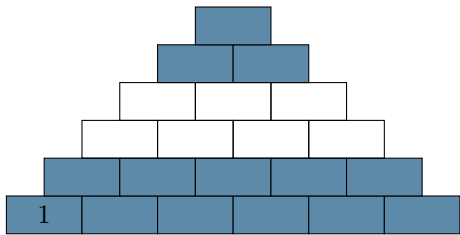
QUELQUES MOTIFS POSSIBLES (base 5, 2 couleurs)

POUR L'ANIMATEUR



QUELQUES MOTIFS POSSIBLES (base 6, 2 couleurs)

POUR L'ANIMATEUR



QUELQUES MOTIFS POSSIBLES (base 7, 2 couleurs) POUR L'ANIMATEUR

TODO

QUELQUES MOTIFS POSSIBLES (base 8, 2 couleurs) POUR L'ANIMATEUR

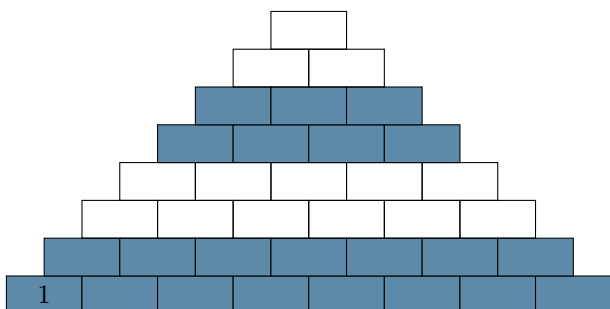


FIGURE 1 – Briques d'attente sur le motif de base

Au mieux, le nombre de briques d'attente (briques avec des croix) =

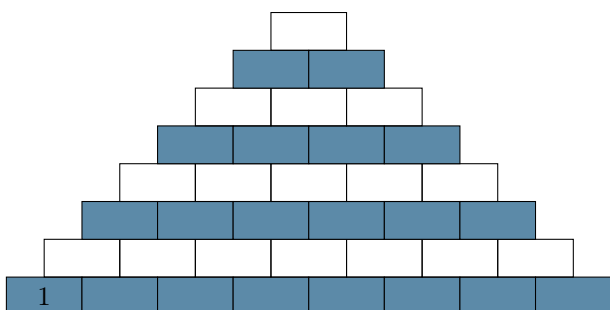


FIGURE 2 – Motif 1

Nombre de briques blanches = somme des nombres pairs = $2+4+..+8 = 4(4+1) = 20$
On a $S_{pair}n = 2 + 4 + .. + 2n = n(n + 1)$

Nombre de briques bleues = somme des nombres impairs = $(1 + 3 + .. + 7) = (\frac{7+1}{2})^2 = 16$
On a $S_{impair}n = 1 + 3 + .. + n = (\frac{n+1}{2})^2$

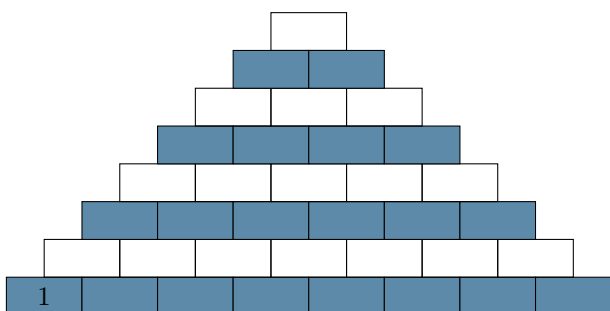


FIGURE 3 – Briques d'attente sur le motif 1

Au mieux, le nombre de briques d'attente (briques avec des croix) =

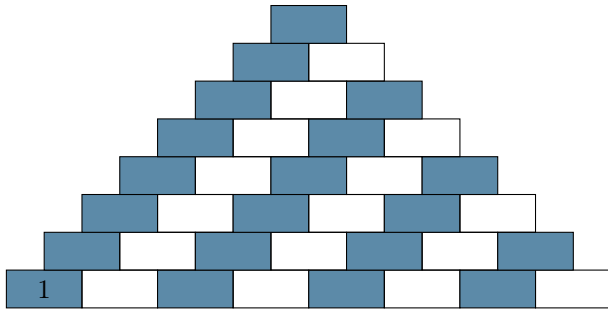


FIGURE 4 – Motif 2

Comme pour le motif 1

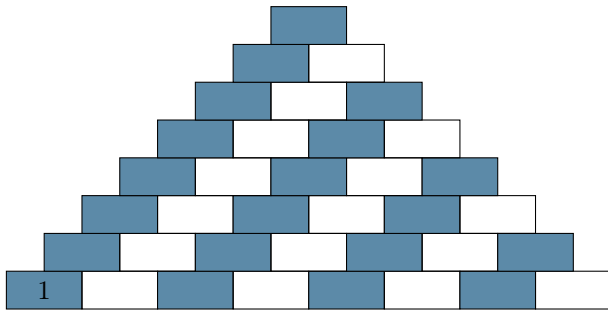


FIGURE 5 – Briques d'attente sur le motif 2

Au mieux, le nombre de briques d'attente
(briques avec des croix) =

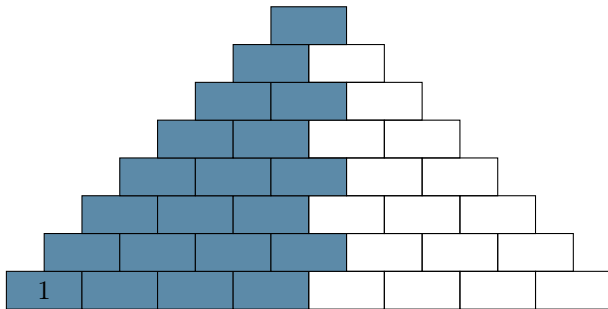


FIGURE 6 – Motif 3

Nombre de briques blanches = 16
Nombres de briques bleues = 20

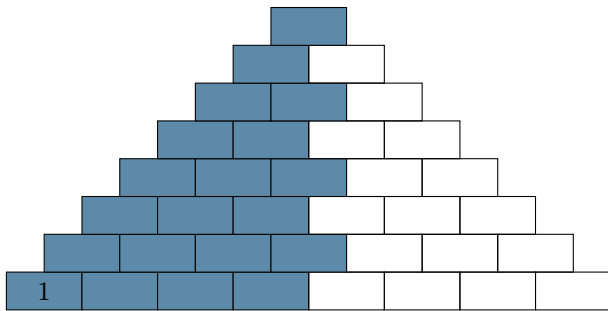


FIGURE 7 – Briques d’attente sur le motif 3

Au mieux, le nombre de briques d’attente (briques avec des croix) =

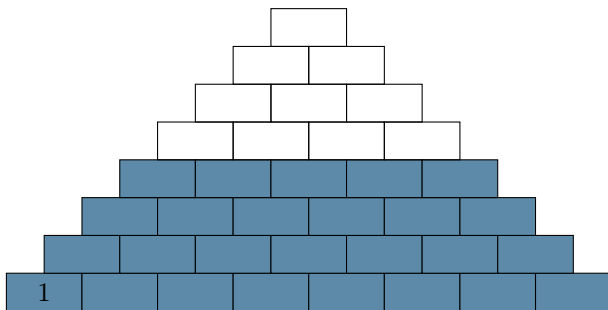


FIGURE 8 – Motif 4

Nombre de briques blanches = $(1 + 2 + \dots + 4) = \frac{4 \times 5}{2} = 10$

Nombre de briques bleues = $(5 + 6 + \dots + 8) = (1 + \dots + 8 - (1 + 2 + \dots + 4)) = 26$

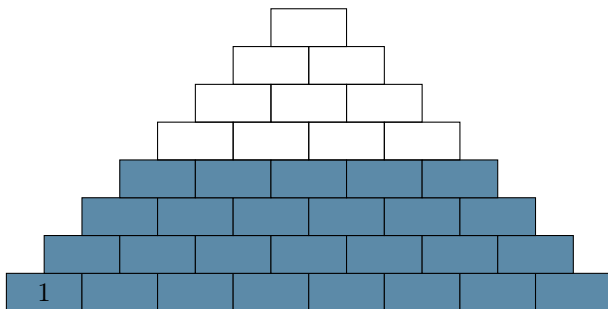


FIGURE 9 – Briques d’attente sur le motif 4

Au mieux, le nombre de briques d’attente (briques avec des croix) =

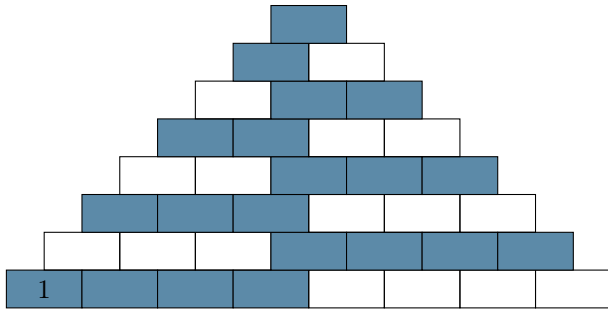


FIGURE 10 – Motif 5

Nombre de briques blanches =

Nombre de briques bleues =

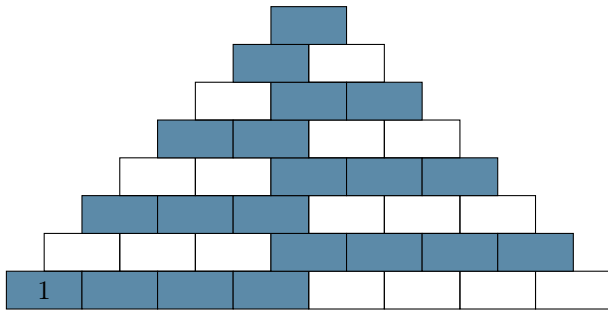


FIGURE 11 – Briques d'attente sur le motif 5

Au mieux, le nombre de briques d'attente
(briques avec des croix) =

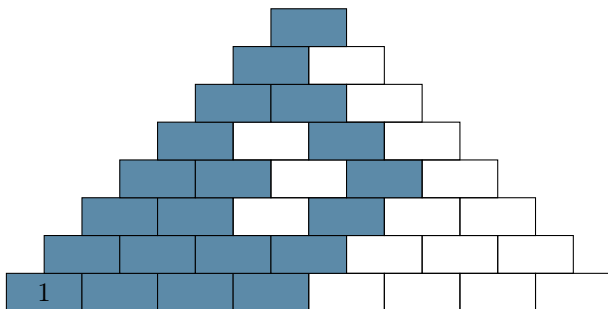


FIGURE 12 – Motif 6

Nombre de briques blanches =

Nombre de briques bleues =

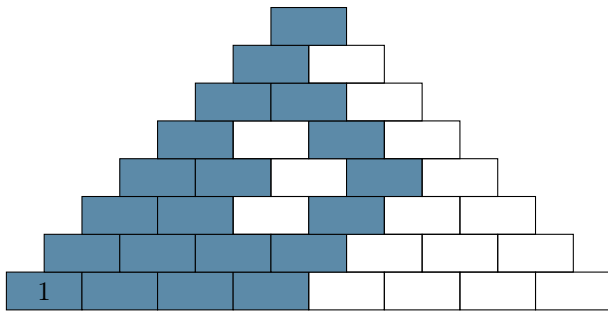


FIGURE 13 – Briques d'attentes sur le motif 6

Au mieux, le nombre de briques d'attente
(briques avec des croix) =

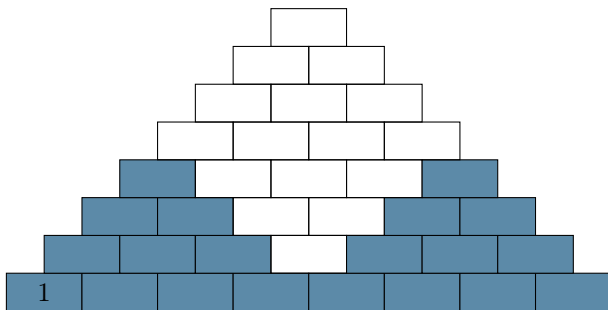


FIGURE 14 – Motif 7

Nombre de briques blanches =

Nombre de briques bleues =
 $2 \times (1 + 2 + \dots + 4) =$

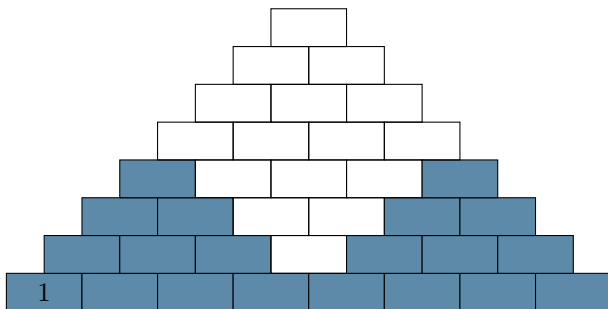


FIGURE 15 – Briques d'attentes sur le motif 7

Au mieux, le nombre de briques d'attente
(briques avec des croix) =

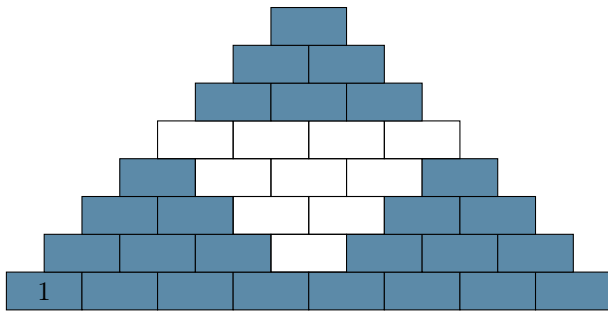


FIGURE 16 – Motif 8

Nombre de briques blanches =

Nombre de briques bleues =

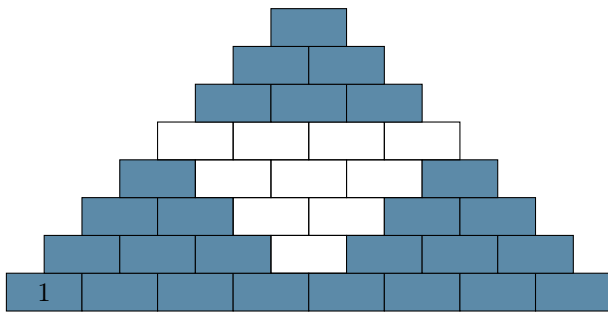


FIGURE 17 – Briques d'attente sur le motif 8

Au mieux, le nombre de briques d'attente
(briques avec des croix) =